

CHUYÊN ĐỀ: BÀI TẬP XỬ LÝ BIT TRONG C++

Tài liệu gồm 20 bài tập từ cơ bản đến nâng cao. Mỗi bài trong gói nén đi kèm 20 test chuẩn gồm file .inp và .out.

Các phép bit thường dùng: & (AND), | (OR), ^ (XOR), ~ (NOT), << (dịch trái), >> (dịch phải).

Một số công thức: kiểm tra bit k: $(n \gg k) \& 1$; bật bit: $n | (1LL \ll k)$; tắt bit: $n \& \sim(1LL \ll k)$; đảo bit: $n \wedge (1LL \ll k)$; xóa bit 1 thấp nhất: $n \& (n - 1)$; lấy lowbit: $n \& -n$.

STT	Mã	Tên bài	Kĩ thuật chính
1	BIT01	Kiểm tra bit thứ k	$(n \gg k) \& 1$
2	BIT02	Bật bit thứ k	$n (1LL \ll k)$
3	BIT03	Tắt bit thứ k	$n \& \sim(1LL \ll k)$
4	BIT04	Đảo bit thứ k	$n \wedge (1LL \ll k)$
5	BIT05	Đếm số bit 1	Dùng <code>__builtin_popcountll</code> hoặc vòng lặp $n \gg= 1$
6	BIT06	Chẵn lẻ bằng bit	$n \& 1$
7	BIT07	Lũy thừa của 2	$n > 0 \&\& (n \& (n - 1)) == 0$
8	BIT08	Bit 1 thấp nhất	$n \& -n$
9	BIT09	Xóa bit 1 thấp nhất	$n \& (n - 1)$
10	BIT10	Một số xuất hiện một lần	XOR toàn bộ dãy
11	BIT11	Hai số xuất hiện một lần	XOR toàn bộ, lấy lowbit để chia hai nhóm
12	BIT12	Sinh tất cả tập con	Duyệt mask từ 0 đến $(1 \ll n) - 1$
13	BIT13	Tổng lớn nhất của tập con	Duyệt mask hoặc nhận xét chọn các số dương
14	BIT14	Tồn tại tập con tổng S	Duyệt toàn bộ mask
15	BIT15	Đếm tập con tổng S	Duyệt mask hoặc meet in the middle
16	BIT16	Đếm đoạn con XOR bằng K	Prefix XOR + map tần suất
17	BIT17	AND lớn nhất của một cặp	Duyệt bit cao xuống thấp và kiểm tra có ít nhất 2 số chứa candidate
18	BIT18	XOR lớn nhất của một cặp	Trie nhị phân hoặc greedy prefix
19	BIT19	Tổng XOR của mọi cặp	Với mỗi bit, đóng góp = $\text{cnt1} * \text{cnt0} * 2^{\text{bit}}$
20	BIT20	Phân công công việc	$\text{dp}[\text{mask}]$, số bit 1 trong mask là người đang xét

Bài 1. BIT01 - Kiểm tra bit thứ k

Mô tả. Cho số nguyên không âm n và số nguyên k . Kiểm tra bit thứ k của n có bằng 1 hay không. Bit đánh số từ phải sang trái, bắt đầu từ 0.

Dữ liệu vào.

n k

Dữ liệu ra. YES nếu bit thứ k bằng 1, ngược lại NO

Ràng buộc. $0 \leq n \leq 10^{18}$; $0 \leq k \leq 60$

Ý tưởng. $(n \gg k) \& 1$

Ví dụ.

Input
25 5

Output
NO

Bài 2. BIT02 - Bật bit thứ k

Mô tả. Cho số nguyên không âm n và số nguyên k . Hãy bật bit thứ k của n thành 1.

Dữ liệu vào.

n k

Dữ liệu ra. Số sau khi bật bit thứ k

Ràng buộc. $0 \leq n \leq 10^{18}$; $0 \leq k \leq 60$

Ý tưởng. $n | (1LL \ll k)$

Ví dụ.

Input
2 1

Output
2

Bài 3. BIT03 - Tắt bit thứ k

Mô tả. Cho số nguyên không âm n và số nguyên k . Hãy tắt bit thứ k của n về 0.

Dữ liệu vào.

n k

Dữ liệu ra. Số sau khi tắt bit thứ k

Ràng buộc. $0 \leq n \leq 10^{18}$; $0 \leq k \leq 60$

Ý tưởng. $n \& \sim(1LL \ll k)$

Ví dụ.

Input
20 5

Output
20

Bài 4. BIT04 - Đảo bit thứ k

Mô tả. Cho số nguyên không âm n và số nguyên k . Hãy đảo bit thứ k của n .

Dữ liệu vào.

n k

Dữ liệu ra. Số sau khi đảo bit thứ k

Ràng buộc. $0 \leq n \leq 10^{18}$; $0 \leq k \leq 60$

Ý tưởng. $n \wedge (1LL \ll k)$

Ví dụ.

Input

21 5

Output

53

Bài 5. BIT05 - Đếm số bit 1

Mô tả. Cho số nguyên không âm n . Đếm số lượng bit 1 trong biểu diễn nhị phân của n .

Dữ liệu vào.

n

Dữ liệu ra. Số lượng bit 1

Ràng buộc. $0 \leq n \leq 10^{18}$

Ý tưởng. Dùng `__builtin_popcountll` hoặc vòng lặp $n \gg= 1$

Ví dụ.

Input

894373

Output

11

Bài 6. BIT06 - Chẵn lẻ bằng bit

Mô tả. Cho số nguyên n . Kiểm tra n chẵn hay lẻ bằng phép toán bit.

Dữ liệu vào.

n

Dữ liệu ra. EVEN nếu chẵn, ODD nếu lẻ

Ràng buộc. $0 \leq n \leq 10^{18}$

Ý tưởng. $n \& 1$

Ví dụ.

Input

752188

Output

EVEN

Bài 7. BIT07 - Lũy thừa của 2

Mô tả. Cho số nguyên dương n . Kiểm tra n có phải lũy thừa của 2 hay không.

Dữ liệu vào.

n

Dữ liệu ra. YES hoặc NO

Ràng buộc. $1 \leq n \leq 10^{18}$

Ý tưởng. $n > 0 \&\& (n \& (n - 1)) == 0$

Ví dụ.

Input

1

Output

YES

Bài 8. BIT08 - Bit 1 thấp nhất

Mô tả. Cho số nguyên dương n . Tìm giá trị của bit 1 thấp nhất trong n .

Dữ liệu vào.

n

Dữ liệu ra. Giá trị lowbit của n

Ràng buộc. $1 \leq n \leq 10^{18}$

Ý tưởng. $n \& -n$

Ví dụ.

Input

690554

Output

2

Bài 9. BIT09 - Xóa bit 1 thấp nhất

Mô tả. Cho số nguyên dương n . Hãy xóa bit 1 thấp nhất của n .

Dữ liệu vào.

n

Dữ liệu ra. Số sau khi xóa bit 1 thấp nhất

Ràng buộc. $1 \leq n \leq 10^{18}$

Ý tưởng. $n \& (n - 1)$

Ví dụ.

Input
666511

Output
666510

Bài 10. BIT10 - Một số xuất hiện một lần

Mô tả. Cho dãy n số nguyên. Có đúng một số xuất hiện một lần, các số còn lại xuất hiện đúng hai lần. Tìm số xuất hiện một lần.

Dữ liệu vào.

n
 $a_1 a_2 \dots a_n$

Dữ liệu ra. Số xuất hiện một lần

Ràng buộc. $1 \leq n \leq 200000$, n lẻ

Ý tưởng. XOR toàn bộ dãy

Ví dụ.

Input
11
217692 8981267 2721219 4989055 2780703 8981267 2721219 9979741 2780703 217692 9979741

Output
4989055

Bài 11. BIT11 - Hai số xuất hiện một lần

Mô tả. Cho dãy n số nguyên. Có đúng hai số xuất hiện một lần, các số còn lại xuất hiện đúng hai lần. Tìm hai số đó.

Dữ liệu vào.

n
 $a_1 a_2 \dots a_n$

Dữ liệu ra. Hai số theo thứ tự tăng dần

Ràng buộc. $2 \leq n \leq 200000$, n chẵn

Ý tưởng. XOR toàn bộ, lấy lowbit để chia hai nhóm

Ví dụ.

Input
18

6957481 4496440 6760210 6665419 6760210 6809349 8797377 3724627 6809349 6957481 3189943 3881539 8797377 1773408

Output
3724627 4496440

Bài 12. BIT12 - Sinh tất cả tập con

Mô tả. Cho n . In ra tất cả tập con của $\{1, 2, \dots, n\}$ theo thứ tự mask tăng dần.

Dữ liệu vào.

n

Dữ liệu ra. Mỗi dòng là một tập con dạng $\{1\ 3\}$; tập rỗng là $\{\}$

Ràng buộc. $1 \leq n \leq 10$

Ý tưởng. Duyệt mask từ 0 đến $(1 \ll n) - 1$

Ví dụ.

Input
2

Output
 $\{\}$
 $\{1\}$
 $\{2\}$
 $\{1\ 2\}$

Bài 13. BIT13 - Tổng lớn nhất của tập con

Mô tả. Cho dãy n số nguyên. Tìm tổng lớn nhất của một tập con. Cho phép chọn tập rỗng.

Dữ liệu vào.

n
 $a_1 a_2 \dots a_n$

Dữ liệu ra. Tổng lớn nhất

Ràng buộc. $1 \leq n \leq 20$; $-10^9 \leq a_i \leq 10^9$

Ý tưởng. Duyệt mask hoặc nhận xét chọn các số dương

Ví dụ.

Input
2
-32 39

Output
39

Bài 14. BIT14 - Tồn tại tập con tổng S

Mô tả. Cho dãy n số nguyên dương và số S . Kiểm tra có tập con nào tổng bằng S hay không.

Dữ liệu vào.

n S
 $a_1 a_2 \dots a_n$

Dữ liệu ra. YES nếu tồn tại, ngược lại NO

Ràng buộc. $1 \leq n \leq 20$

Ý tưởng. Duyệt toàn bộ mask

Ví dụ.

Input
9 1
7 1 10 5 3 8 1 21 18

Output
YES

Bài 15. BIT15 - Đếm tập con tổng S

Mô tả. Cho dãy n số nguyên dương và số S . Đếm số tập con có tổng bằng S .

Dữ liệu vào.

n S
 $a_1 a_2 \dots a_n$

Dữ liệu ra. Số lượng tập con

Ràng buộc. $1 \leq n \leq 25$

Ý tưởng. Duyệt mask hoặc meet in the middle

Ví dụ.

Input
7 55
17 18 11 17 1 8 8

Output
4

Bài 16. BIT16 - Đếm đoạn con XOR bằng K

Mô tả. Cho dãy n số nguyên không âm và K . Đếm số đoạn con có XOR bằng K .

Dữ liệu vào.

n K
 $a_1 a_2 \dots a_n$

Dữ liệu ra. Số đoạn con có XOR bằng K

Ràng buộc. $1 \leq n \leq 200000$

Ý tưởng. Prefix XOR + map tần suất

Ví dụ.

Input
5 56
45 26 38 62 38

Output
0

Bài 17. BIT17 - AND lớn nhất của một cặp

Mô tả. Cho dãy n số nguyên không âm. Tìm $\max(a_i \& a_j)$, $i < j$.

Dữ liệu vào.

n
 $a_1 a_2 \dots a_n$

Dữ liệu ra. Giá trị lớn nhất

Ràng buộc. $2 \leq n \leq 200000$

Ý tưởng. Duyệt bit cao xuống thấp và kiểm tra có ít nhất 2 số chứa candidate

Ví dụ.

Input
8
173 163 1 157 225 154 251 84

Output
225

Bài 18. BIT18 - XOR lớn nhất của một cặp

Mô tả. Cho dãy n số nguyên không âm. Tìm $\max(a_i \wedge a_j)$, $i < j$.

Dữ liệu vào.

n
 $a_1 a_2 \dots a_n$

Dữ liệu ra. Giá trị lớn nhất

Ràng buộc. $2 \leq n \leq 200000$

Ý tưởng. Trie nhị phân hoặc greedy prefix

Ví dụ.

Input
8
102 232 202 53 21 172 211 145

Output
255

Bài 19. BIT19 - Tổng XOR của mọi cặp

Mô tả. Cho dãy n số nguyên không âm. Tính tổng $a_i \wedge a_j$ với mọi $i < j$.

Dữ liệu vào.

n
 $a_1 a_2 \dots a_n$

Dữ liệu ra. Tổng cần tìm

Ràng buộc. $2 \leq n \leq 200000$

Ý tưởng. Với mỗi bit, đóng góp = $\text{cnt1} * \text{cnt0} * 2^{\text{bit}}$

Ví dụ.

Input
10
97 33 217 134 229 244 233 36 127 241

Output
5633

Bài 20. BIT20 - Phân công công việc

Mô tả. Có n người và n công việc. Chi phí người i làm việc j là $a[i][j]$. Phân công mỗi người đúng một việc, mỗi việc đúng một người sao cho tổng chi phí nhỏ nhất.

Dữ liệu vào.

n
ma trận $n \times n$

Dữ liệu ra. Tổng chi phí nhỏ nhất

Ràng buộc. $1 \leq n \leq 20$

Ý tưởng. $\text{dp}[\text{mask}]$, số bit 1 trong mask là người đang xét

Ví dụ.

Input
5
74 24 54 85 31
88 21 12 38 75
92 25 93 77 60
86 95 76 30 60
26 6 34 48 69

Output
124