

# BỘ 10 BÀI TẬP LCA

*Lowest Common Ancestor - Binary Lifting - Ứng dụng trên cây*

## Danh sách bài

| #  | Mã bài                              | Tên bài                | Kỹ thuật chính            |
|----|-------------------------------------|------------------------|---------------------------|
| 01 | BAI01_LCA_CO_BAN                    | Tổ tiên chung gần nhất | LCA cơ bản                |
| 02 | BAI02_KHOANG_CACH_CAY               | Khoảng cách trong cây  | LCA + depth               |
| 03 | BAI03_DEM_DINH_TREN_DUONG_DI        | Đếm đỉnh trên đường đi | LCA + difference          |
| 04 | BAI04_TRUY_VAN_DUONG_DI_CO TRONG_SO | DIST và KTH            | Weighted LCA              |
| 05 | BAI05_MIN_MAX_CANH_TREN_DUONG_DI    | Min/max cạnh           | Binary lifting mở rộng    |
| 06 | BAI06_DEM_LUOT_QUA_CANH             | Đếm lượt qua cạnh      | Difference trên cạnh      |
| 07 | BAI07_HO_HANG_CUNG_DOI              | Họ hàng cùng đời       | Forest + Euler + ancestor |
| 08 | BAI08_PHONG_CAN_BANG                | Phòng cân bằng         | LCA + subtree size        |
| 09 | BAI09_GIAO_DOAN_DUONG_DI            | Giao đoạn đường đi     | Giao path trong cây       |
| 10 | BAI10_MST_CHO_TUNG_CANH             | MST bắt buộc chứa cạnh | Kruskal + max edge LCA    |

## Nguồn tham khảo ý tưởng

### Bài 01. Tổ tiên chung gần nhất

**Mã thư mục test:** BAI01\_LCA\_CO\_BAN | **Mức độ:** Cơ bản

**Nguồn cảm hứng:** CSES Company Queries II - <https://cses.fi/problemset/task/1688/>

**Mục tiêu kiến thức:** hiểu định nghĩa LCA, tiền xử lý depth/parent, binary lifting.

### Đề bài

Một công ty có  $n$  nhân viên tạo thành cây gốc tại nhân viên 1. Với mỗi truy vấn  $u, v$ , hãy in ra nhân viên cấp thấp nhất vừa là cấp trên trực tiếp hoặc gián tiếp của  $u$ , vừa là cấp trên trực tiếp hoặc gián tiếp của  $v$ .

### Input

Dòng 1:  $n, q$ . Dòng 2:  $n-1$  số  $p_2, p_3, \dots, p_n$ , trong đó  $p_i$  là cha trực tiếp của  $i$ . Sau đó  $q$  dòng, mỗi dòng gồm  $u, v$ .

### Output

In  $q$  dòng, mỗi dòng là  $LCA(u, v)$ .

### Ràng buộc đề xuất

- $1 \leq n, q \leq 2 \cdot 10^5$  trong phiên bản đầy đủ.
- $1 \leq p_i < i$ ; cây có gốc 1.
- Bộ test đi kèm dùng quy mô từ rất nhỏ đến trung bình để luyện và kiểm tra lỗi biên.

### Subtasks và bộ test

- Subtask 1, test01-test05:  $n, q \leq 10$ .
- Subtask 2, test06-test10: cây chain/star/binary,  $n \leq 80$ .
- Subtask 3, test11-test15: cây ngẫu nhiên,  $n \leq 300$ .
- Subtask 4, test16-test20: dữ liệu lớn hơn,  $n \leq 1200$ .

Trong gói test, mỗi bài có đúng 20 cặp file .in/.out. File test\_plan.csv trong thư mục bài ghi rõ subtask, tên file và mô tả dữ liệu.

### Ví dụ tự tạo

Input

```
5 5
1 1 2 2
1 1
1 5
5 4
1 1
5 2
```

Output

```
1
1
2
1
2
```

### Gợi ý thuật toán

- DFS/BFS từ gốc để tính depth và  $up[u][0]$ .
- Xây bảng  $up[u][j] = up[up[u][j-1]][j-1]$ .
- Khi trả lời, nâng node sâu hơn lên cùng độ sâu rồi nâng cả hai từ bước lớn xuống nhỏ.

## Bài 02. Khoảng cách trong cây

**Mã thư mục test:** BAI02\_KHOANG\_CACH\_CAY | **Mức độ:** Cơ bản + công thức

**Nguồn cảm hứng:** CSES Distance Queries - <https://cses.fi/problemset/task/1135/>

**Mục tiêu kiến thức:** dùng LCA để tính số cạnh trên đường đi giữa hai đỉnh.

### Đề bài

Cho cây vô hướng gồm  $n$  đỉnh. Mỗi truy vấn  $u, v$  hỏi khoảng cách giữa  $u$  và  $v$ , tức số cạnh trên đường đi đơn duy nhất nối hai đỉnh.

### Input

Dòng 1:  $n$   $q$ . Tiếp theo  $n-1$  dòng là các cạnh  $u$   $v$ . Sau đó  $q$  dòng truy vấn  $u$   $v$ .

### Output

In  $q$  dòng, mỗi dòng là  $\text{dist}(u, v)$ .

### Ràng buộc đề xuất

- $1 \leq n, q \leq 2 \cdot 10^5$  trong phiên bản đầy đủ.
- Cây liên thông, không có chu trình.
- Khoảng cách tính theo số cạnh, không có trọng số.

### Subtasks và bộ test

- Subtask 1, test01-test05: dữ liệu nhỏ.
- Subtask 2, test06-test10: chain/star/binary.
- Subtask 3, test11-test15: cây ngẫu nhiên.
- Subtask 4, test16-test20: dữ liệu lớn hơn và có nhiều truy vấn lặp.

Trong gói test, mỗi bài có đúng 20 cặp file .in/.out. File test\_plan.csv trong thư mục bài ghi rõ subtask, tên file và mô tả dữ liệu.

### Ví dụ tự tạo

Input

```
6 5
1 2
1 3
2 4
2 5
3 6
1 1
1 6
6 5
4 4
4 6
```

Output

```
0
2
4
0
4
```

### Gợi ý thuật toán

- Tính  $\text{depth}[u]$  cho mọi đỉnh.
- $\text{dist}(u, v) = \text{depth}[u] + \text{depth}[v] - 2 * \text{depth}[\text{LCA}(u, v)]$ .
- Độ phức tạp tốt:  $O(n \log n + q \log n)$ .

## Bài 03. Đếm số đường đi đi qua mỗi đỉnh

Mã thư mục test: BAI03\_DEM\_DINH\_TREN\_DUONG\_DI | Mức độ: Trung bình

Nguồn cảm hứng: CSES Counting Paths - <https://cses.fi/problemset/task/1136/>

Mục tiêu kiến thức: kết hợp LCA với kỹ thuật cộng dồn trên cây.

### Đề bài

Cho cây  $n$  đỉnh và  $m$  đường đi, mỗi đường đi được mô tả bởi hai đầu  $u, v$ . Với mỗi đỉnh  $x$ , hãy đếm có bao nhiêu đường đi trong  $m$  đường đi chứa  $x$ .

### Input

Dòng 1:  $n$   $m$ . Tiếp theo  $n-1$  dòng cạnh  $u$   $v$ . Sau đó  $m$  dòng, mỗi dòng  $u$   $v$  mô tả một đường đi.

### Output

In một dòng gồm  $n$  số: đáp án của các đỉnh  $1, 2, \dots, n$ .

### Ràng buộc đề xuất

- $1 \leq n, m \leq 2 \cdot 10^5$  trong phiên bản đầy đủ.
- Các đường đi có thể trùng nhau hoặc có hai đầu giống nhau.
- Cần dùng số nguyên đủ lớn nếu  $m$  lớn.

### Subtasks và bộ test

- Subtask 1, test01-test05: kiểm tra đường đi rất ngắn và  $u = v$ .

- Subtask 2, test06-test10: cây đặc biệt.
- Subtask 3, test11-test15: cây ngẫu nhiên trung bình.
- Subtask 4, test16-test20: nhiều đường đi hơn.

Trong gói test, mỗi bài có đúng 20 cặp file .in/.out. File test\_plan.csv trong thư mục bài ghi rõ subtask, tên file và mô tả dữ liệu.

### Ví dụ tự tạo

Input

```
6 5
1 2
1 3
2 4
2 5
3 6
1 1
1 6
6 5
6 3
3 2
```

Output

```
4 2 4 0 1 3
```

### Gợi ý thuật toán

- Với mỗi đường u-v, đặt  $\text{add}[u]++$ ,  $\text{add}[v]++$ ,  $\text{add}[\text{lca}]--$ ,  $\text{add}[\text{parent}[\text{lca}]]--$ .
- Duyệt hậu tự để cộng giá trị từ con lên cha.
- Sau khi cộng dồn, giá trị tại đỉnh x là số đường đi chứa x.

## Bài 04. Cây có trọng số: DIST và KTH

**Mã thư mục test:** BAI04\_TRUY\_VAN\_DUONG\_DI\_CO\_TRONG\_SO | **Mức độ:** Trung bình

**Nguồn cảm hứng:** SPOJ QTREE2 - <https://www.spoj.com/problems/QTREE2/>

**Mục tiêu kiến thức:** LCA trên cây trọng số, tổng khoảng cách và tìm đỉnh thứ k trên đường đi.

### Đề bài

Cho cây vô hướng có trọng số cạnh. Có hai loại truy vấn: DIST u v hỏi tổng trọng số trên đường đi u-v; KTH u v k hỏi đỉnh thứ k trên đường đi từ u đến v, tính u là đỉnh thứ 1.

### Input

Dòng 1: n q. Tiếp theo n-1 dòng u v w. Sau đó q dòng, mỗi dòng là DIST u v hoặc KTH u v k.

### Output

Với mỗi truy vấn, in một dòng là đáp án tương ứng.

### Ràng buộc đề xuất

- $1 \leq n, q \leq 10^5$  trong phiên bản đầy đủ.
- $1 \leq w \leq 10^9$ .
- Với KTH, luôn có  $1 \leq k \leq$  số đỉnh trên đường đi u-v.

## Subtasks và bộ test

- Subtask 1, test01-test05: cây nhỏ, có cả DIST và KTH.
- Subtask 2, test06-test10: cây dạng chain/star/binary.
- Subtask 3, test11-test15: cây ngẫu nhiên.
- Subtask 4, test16-test20: truy vấn hỗn hợp nhiều hơn.

Trong gói test, mỗi bài có đúng 20 cặp file .in/.out. File test\_plan.csv trong thư mục bài ghi rõ subtask, tên file và mô tả dữ liệu.

## Ví dụ tự tạo

Input

```
6 5
1 2 8
1 3 10
2 4 94
2 5 51
3 6 162
KTH 1 6 2
DIST 3 4
DIST 6 2
KTH 5 6 3
DIST 5 1
```

Output

```
3
112
180
1
59
```

## Gợi ý thuật toán

- Lưu  $\text{distRoot}[u]$  là tổng trọng số từ gốc đến  $u$ .
- $\text{DIST}(u, v) = \text{distRoot}[u] + \text{distRoot}[v] - 2 * \text{distRoot}[\text{lca}]$ .
- Để tìm KTH, tách đường đi  $u \rightarrow \text{lca} \rightarrow v$ ; nếu  $k$  nằm nửa trên thì climb từ  $u$ , ngược lại climb từ  $v$ .

## Bài 05. Cạnh nhẹ nhất và nặng nhất trên đường đi

**Mã thư mục test:** BAI05\_MIN\_MAX\_CANH\_TREN\_DUONG\_DI | **Mức độ:** Trung bình

**Nguồn cảm hứng:** SPOJ DISQUERY - <https://www.spoj.com/problems/DISQUERY/>

**Mục tiêu kiến thức:** mở rộng binary lifting để lưu min/max cạnh khi nhảy.

## Đề bài

Cho cây có trọng số. Mỗi truy vấn  $u, v$  yêu cầu tìm trọng số cạnh nhỏ nhất và lớn nhất trên đường đi  $u-v$ . Nếu  $u = v$ , quy ước đáp án là 0 0.

## Input

Dòng 1:  $n, q$ . Tiếp theo  $n-1$  dòng  $u, v, w$ . Sau đó  $q$  dòng truy vấn  $u, v$ .

## Output

In  $q$  dòng, mỗi dòng gồm hai số minEdge maxEdge.

## Ràng buộc đề xuất

- $1 \leq n, q \leq 10^5$  trong phiên bản đầy đủ.
- $1 \leq w \leq 10^9$ .
- Cây liên thông, không có cạnh tự nối.

## Subtasks và bộ test

- Subtask 1, test01-test05: nhỏ, có trường hợp  $u = v$ .
- Subtask 2, test06-test10: dạng cây đặc biệt.
- Subtask 3, test11-test15: ngẫu nhiên trung bình.
- Subtask 4, test16-test20: nhiều truy vấn và trọng số đa dạng.

Trong gói test, mỗi bài có đúng 20 cặp file .in/.out. File test\_plan.csv trong thư mục bài ghi rõ subtask, tên file và mô tả dữ liệu.

## Ví dụ tự tạo

Input

```
6 5
1 2 87
1 3 771
2 4 738
2 5 561
3 6 183
1 1
1 6
6 5
6 2
6 2
```

Output

```
0 0
183 771
87 771
87 771
87 771
```

## Gợi ý thuật toán

- Ngoài  $up[u][j]$ , lưu  $mn[u][j]$  và  $mx[u][j]$ .
- Khi nâng một đỉnh lên  $2^j$  bước, cập nhật min/max theo đoạn nhảy đó.
- Trả lời như LCA thường, nhưng ghép kết quả min/max từ hai phía.

## Bài 06. Đếm lượt sử dụng từng cạnh

**Mã thư mục test:** BAI06\_DEM\_LUOT\_QUA\_CANH | **Mức độ:** Trung bình

**Nguồn cảm hứng:** Codeforces 191C - Fools and Roads - <https://codeforces.com/problemset/problem/191/C>

**Mục tiêu kiến thức:** kỹ thuật difference trên cạnh kết hợp LCA.

## Đề bài

Cho cây gồm  $n$  đỉnh và  $m$  chuyến đi. Mỗi chuyến đi từ  $u$  đến  $v$  đi theo đường đơn trong cây. Với từng cạnh theo thứ tự nhập, hãy đếm số chuyến đi đi qua cạnh đó.

## Input

Dòng 1:  $n$   $m$ . Tiếp theo  $n-1$  dòng là cạnh  $u$   $v$  theo thứ tự đánh số  $1..n-1$ . Sau đó  $m$  dòng  $u$   $v$ .

## Output

In một dòng gồm  $n-1$  số, số thứ  $i$  là số chuyển đi qua cạnh thứ  $i$ .

## Ràng buộc đề xuất

- $2 \leq n \leq 2 \cdot 10^5$  trong phiên bản đầy đủ.
- $0 \leq m \leq 2 \cdot 10^5$ .
- Đáp án có thể lớn, dùng kiểu `int64` khi cần.

## Subtasks và bộ test

- Subtask 1, test01-test05: nhỏ, có chuyển  $u = v$ .
- Subtask 2, test06-test10: chain/star/binary.
- Subtask 3, test11-test15: cây ngẫu nhiên.
- Subtask 4, test16-test20: nhiều chuyển đi hơn.

Trong gói test, mỗi bài có đúng 20 cặp file `.in/.out`. File `test_plan.csv` trong thư mục bài ghi rõ subtask, tên file và mô tả dữ liệu.

## Ví dụ tự tạo

Input

```
6 5
1 2
1 3
2 4
2 5
3 6
1 1
1 6
6 5
2 2
3 3
```

Output

```
1 2 0 1 2
```

## Gợi ý thuật toán

- Với chuyển  $u-v$ , đặt `diff[u]++`, `diff[v]++`, `diff[lca]-=2`.
- Cộng dồn hậu tự: giá trị tại con  $x$  chính là số lần cạnh `parent[x]-x` được đi qua.
- Cần lưu id cạnh nối mỗi đỉnh với cha để in đúng thứ tự nhập.

## Bài 07. Họ hàng cùng đời

**Mã thư mục test:** BAI07\_HO\_HANG\_CUNG\_DOI | **Mức độ:** Khá

**Nguồn cảm hứng:** Codeforces 208E - Blood Cousins - <https://codeforces.com/problemset/problem/208/E>

**Mục tiêu kiến thức:** binary lifting trong rừng cây, Euler tour và đếm theo độ sâu.

## Đề bài

Cho rừng gia phả  $n$  người, mỗi người có tối đa một cha. Truy vấn  $v$   $k$  hỏi có bao nhiêu người khác  $v$  có cùng tổ tiên bậc  $k$  với  $v$ . Nếu  $v$  không có tổ tiên bậc  $k$ , đáp án là 0.

## Input

Dòng 1:  $n$   $q$ . Dòng 2:  $n$  số  $p_1..p_n$ ,  $p_i = 0$  nếu  $i$  là gốc, ngược lại  $p_i$  là cha của  $i$ . Sau đó  $q$  dòng  $v$   $k$ .

## Output

In q dòng, mỗi dòng là số người khác v thỏa mãn.

## Ràng buộc đề xuất

- $1 \leq n, q \leq 10^5$  trong phiên bản đầy đủ.
- Quan hệ cha-con không tạo chu trình.
- k có thể lớn hơn độ sâu của v.

## Subtasks và bộ test

- Subtask 1, test01-test05: rừng nhỏ.
- Subtask 2, test06-test10: dạng chain/star/binary.
- Subtask 3, test11-test15: rừng ngẫu nhiên.
- Subtask 4, test16-test20: nhiều truy vấn hơn.

Trong gói test, mỗi bài có đúng 20 cặp file .in/.out. File test\_plan.csv trong thư mục bài ghi rõ subtask, tên file và mô tả dữ liệu.

## Ví dụ tự tạo

Input

```
6 6
0 1 1 2 2 3
6 1
2 1
6 5
1 2
2 3
6 2
```

Output

```
0
1
0
0
0
0
2
```

## Gợi ý thuật toán

- Dùng binary lifting để tìm tổ tiên bậc k của v.
- DFS Euler tour cho từng cây trong rừng; lưu tin/tout và depth.
- Với tổ tiên a, đếm số node ở  $\text{depth}[v]$  có tin nằm trong đoạn  $\text{subtree}(a)$ , rồi trừ 1 cho chính v.

## Bài 08. Phòng cân bằng

**Mã thư mục test:** BAI08\_PHONG\_CAN\_BANG | **Mức độ:** Khá

**Nguồn cảm hứng:** Codeforces 519E - A and B and Lecture Rooms -

<https://codeforces.com/problemset/problem/519/E>

**Mục tiêu kiến thức:** đếm số đỉnh cách đều hai đỉnh bằng LCA và kích thước subtree.

## Đề bài

Một tòa nhà có n phòng tạo thành cây. Với mỗi truy vấn u, v, hãy đếm số phòng x sao cho khoảng cách từ x đến u bằng khoảng cách từ x đến v.

## Input

Dòng 1:  $n$   $q$ . Tiếp theo  $n-1$  dòng cạnh  $u$   $v$ . Sau đó  $q$  dòng  $u$   $v$ .

## Output

In  $q$  dòng, mỗi dòng là số phòng thỏa mãn.

## Ràng buộc đề xuất

- $1 \leq n, q \leq 10^5$  trong phiên bản đầy đủ.
- Khoảng cách là số cạnh.
- Nếu  $u = v$  thì mọi phòng đều thỏa mãn.

## Subtasks và bộ test

- Subtask 1, test01-test05: nhỏ, có  $u = v$ .
- Subtask 2, test06-test10: cây đặc biệt.
- Subtask 3, test11-test15: cây ngẫu nhiên.
- Subtask 4, test16-test20: dữ liệu lớn hơn nhưng vẫn phù hợp luyện tập.

Trong gói test, mỗi bài có đúng 20 cặp file `.in/.out`. File `test_plan.csv` trong thư mục bài ghi rõ subtask, tên file và mô tả dữ liệu.

## Ví dụ tự tạo

Input

```
6 5
1 2
1 3
2 4
2 5
3 6
1 1
1 6
6 5
1 3
4 5
```

Output

```
6
1
1
0
4
```

## Gợi ý thuật toán

- Nếu  $\text{dist}(u, v)$  lẻ thì đáp án bằng 0.
- Nếu  $u = v$  thì đáp án bằng  $n$ .
- Khi  $\text{dist}$  chẵn, tìm đỉnh giữa đường đi; dùng kích thước subtree để loại hai nhánh dẫn về  $u$  và  $v$ .

## Bài 09. Giao đoạn đường đi tối đa

Mã thư mục test: BAI09\_GIAO\_DOAN\_DUONG\_DI | Mức độ: Khá

Nguồn cảm hứng: Codeforces 832D - Misha, Grisha and Underground -

<https://codeforces.com/problemset/problem/832/D>

Mục tiêu kiến thức: phân tích giao của các đường đi trong cây bằng LCA.

## Đề bài

Cho cây  $n$  đỉnh. Mỗi truy vấn gồm ba đỉnh  $a, b, c$ . Ta chọn một trong ba đỉnh làm  $f$ , một đỉnh làm  $s$  và đỉnh còn lại làm  $t$ . Giá trị của cách chọn là số đỉnh chung giữa đường đi  $s-f$  và đường đi  $t-f$ . Hãy in giá trị lớn nhất có thể.

## Input

Dòng 1:  $n, q$ . Tiếp theo  $n-1$  dòng cạnh  $u, v$ . Sau đó  $q$  dòng  $a, b, c$ .

## Output

In  $q$  dòng, mỗi dòng là số đỉnh chung lớn nhất.

## Ràng buộc đề xuất

- $2 \leq n, q \leq 10^5$  trong phiên bản đầy đủ.
- Ba đỉnh trong truy vấn có thể trùng nhau.
- Đáp án tính số đỉnh, không phải số cạnh.

## Subtasks và bộ test

- Subtask 1, test01-test05: nhỏ, dễ kiểm tra bằng tay.
- Subtask 2, test06-test10: cây đặc biệt.
- Subtask 3, test11-test15: cây trung bình.
- Subtask 4, test16-test20: nhiều truy vấn hơn.

Trong gói test, mỗi bài có đúng 20 cặp file `.in/.out`. File `test_plan.csv` trong thư mục bài ghi rõ subtask, tên file và mô tả dữ liệu.

## Ví dụ tự tạo

Input

```
6 6
1 2
1 3
2 4
2 5
3 6
6 3 4
4 1 1
5 5 6
5 5 1
2 5 6
6 4 5
```

Output

```
4
3
5
3
4
4
```

## Gợi ý thuật toán

- Thử ba lựa chọn  $f$ :  $a, b, c$ .
- Với mỗi lựa chọn, độ dài phần giao có thể suy ra từ các LCA của cặp đỉnh và công thức khoảng cách.
- Một cách kiểm tra: node  $x$  nằm trên  $\text{path}(u, v)$  khi  $\text{dist}(u, x) + \text{dist}(x, v) = \text{dist}(u, v)$ .

## Bài 10. Cây khung nhỏ nhất bắt buộc chứa từng cạnh

Mã thư mục test: BAI10\_MST\_CHO\_TUNG\_CANH | Mức độ: Nâng cao

Nguồn cảm hứng: Codeforces 609E - Minimum Spanning Tree for each edge -

<https://codeforces.com/problemset/problem/609/E>

Mục tiêu kiến thức: Kruskal + LCA lưu cạnh lớn nhất trên đường đi trong MST.

### Đề bài

Cho đồ thị vô hướng liên thông có trọng số. Với từng cạnh  $e$  theo thứ tự nhập, hãy tìm tổng trọng số nhỏ nhất của một cây khung bắt buộc chứa cạnh  $e$ .

### Input

Dòng 1:  $n$   $m$ . Tiếp theo  $m$  dòng  $u$   $v$   $w$  là các cạnh theo thứ tự  $1..m$ .

### Output

In  $m$  dòng, dòng  $i$  là đáp án cho cạnh thứ  $i$ .

### Ràng buộc đề xuất

- $1 \leq n \leq 2 \cdot 10^5$ ,  $n-1 \leq m \leq 2 \cdot 10^5$  trong phiên bản đầy đủ.
- Đồ thị liên thông, không cần xét cạnh tự nối.
- Trọng số dương, có thể có nhiều cạnh cùng trọng số.

### Subtasks và bộ test

- Subtask 1, test01-test05: đồ thị rất nhỏ.
- Subtask 2, test06-test10: đồ thị vừa, nhiều cạnh ngoài cây.
- Subtask 3, test11-test15: đồ thị trung bình.
- Subtask 4, test16-test20: đồ thị lớn hơn trong bộ luyện tập.

Trong gói test, mỗi bài có đúng 20 cặp file `.in/.out`. File `test_plan.csv` trong thư mục bài ghi rõ subtask, tên file và mô tả dữ liệu.

### Ví dụ tự tạo

Input

```
5 6
1 2 250
2 5 566
2 3 827
3 4 631
2 4 821
1 3 512
```

Output

```
1959
1959
2274
1959
2149
1959
```

### Gợi ý thuật toán

- Dùng Kruskal để xây một MST và tính tổng  $W$ .

- Với cạnh ngoài MST  $(u,v,w)$ , khi thêm vào MST sẽ tạo chu trình; bỏ cạnh lớn nhất trên đường  $u-v$  trong MST.
- Đáp án =  $W + w - \text{maxEdgeOnPath}(u, v)$ . Với cạnh thuộc MST, công thức vẫn cho  $W$ .